

a). Кубический кристалл симметрии T_d .

В основном состоянии экситона орбитальный момент равен нулю, и зеемановское расщепление определяется только спиновым расщеплением электронов и дырок. Зависящая от спина часть экситонного гамильтониана для кубического кристалла выглядит так [14]:

$$H_{spin} = \Delta_1 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}) + \Delta_2 (\sigma_x J_x^3 + \sigma_y J_y^3 + \sigma_z J_z^3) + g_e \mu_0 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{H}) - 2\mu_0 [\kappa (\mathbf{J} \cdot \mathbf{H}) + q (H_x J_x^3 + H_y J_y^3 + H_z J_z^3)] \quad (5.22)$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$ - вектор матриц Паули, действующих на электроны. \mathbf{J} - вектор составленный из матриц J_x, J_y, J_z углового момента $3/2$ для дырок, κ и q - параметры играющие роль g -фактора дырки, μ_0 - магнетон Бора. Этот гамильтониан содержит изотропную Δ_1 и анизотропную Δ_2 части обменного взаимодействия. Обычно анизотропная часть обмена мала по сравнению с изотропной, и мы ей пренебрежем. Обменное взаимодействие приводит к расщеплению 8-кратно вырожденного основного состояния экситона на оптически активные (с моментом 1) и дипольно-запрещенные (с моментом 2) состояния. Для расчета величин зеемановского расщепления основного состояния экситона необходимо найти собственные значения спинового гамильтониана. Линейное по магнитному полю расщепление энергий получим уже в первом порядке теории возмущений на волновых функциях основного состояния экситона.

При учете спина волновые функции экситона (Приложение 1.51) - (Приложение 1.53) следует дополнить спиновыми индексами $\mathbf{s}_e = \pm 1/2$ для электрона и $\mathbf{s}_h = \pm 3/2$ для тяжелой или $\mathbf{s}_h = \pm 1/2$ для легкой дырки:

$$u_{e\mathbf{k}_e}(\mathbf{r}_e) u_{h\mathbf{k}_h}(\mathbf{r}_h) \equiv u_{e\mathbf{k}_e}(\mathbf{r}_e, \mathbf{s}_e) u_{h\mathbf{k}_h}(\mathbf{r}_h, \mathbf{s}_h) \quad (5.23)$$

При рассмотрении экситона удобно перейти к экситонному спиновому базису $|\mathbf{J}^{(t)}, J_i^{(t)}\rangle$, здесь $\mathbf{J}^{(t)} = \mathbf{J} + \boldsymbol{\sigma}$, ($J^{(t)} = 1$ или 2), ось квантования выбирается вдоль магнитного поля.

В кубическом кристалле картина зеемановского расщепления экситона довольно громоздка [15] и для простоты будем рассматривать только оптически активные состояния экситона $|1,1\rangle$, $|1,0\rangle$, $|1,-1\rangle$ в σ^+ , π и σ^- поляризациях соответственно. Тогда матрица спинового гамильтониана в экситонном базисе в сферическом приближении ($\Delta_2 = 0$, $q = 0$) будет выглядеть следующим образом:

	$ 1,1\rangle$	$ 1,0\rangle$	$ 1,-1\rangle$
$E_0 + \mu \left(\frac{g}{2} + 5\kappa \right) H$		0	0
0	0	E_0	0
0	0	0	$E_0 + \mu \left(\frac{g}{2} + 5\kappa \right) H$

$$(5.24)$$

Схема расщепления уровней экситона в кубическом кристалле в сферическом приближении представлена на Рисунке 5.4. Как видно из рисунка, в кубическом кристалле состояния оптически активного и оптически запрещенного экситона в нулевом магнитном поле расщеплены обменным взаимодействием. В магнитном поле в геометрии Фарадея они расщепляются линейно по полю независимо друг от друга.

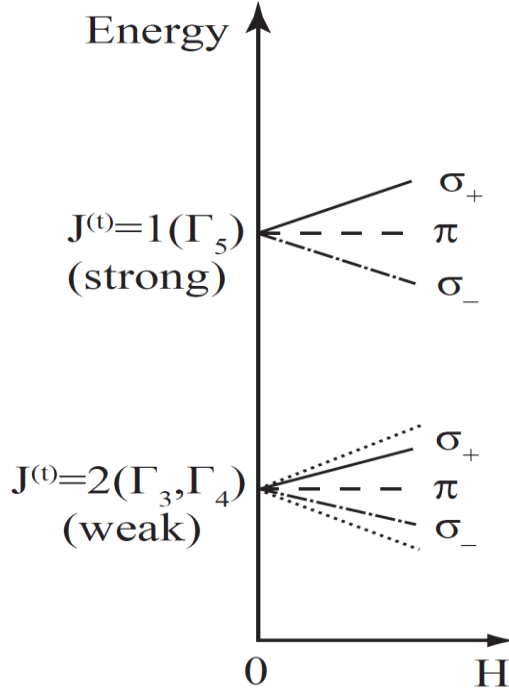


Рис 5.4. Схема зеемановского расщепления экситона в кубическом кристалле с симметрией T_d . $J^{(0)} = 1$ соответствует оптически активному состоянию экситона. $J^{(0)} = 2$ соответствует оптически запрещенному состоянию экситона. Эти состояния расщеплены обменным взаимодействием.

б). Гексагональный кристалл симметрии C_{6v} .

Спиновый гамильтониан для экситона A в кристаллах вюрцита в магнитном поле [16] имеет вид:

$$H_{spin} = \Delta_1 (\sigma_z^e \cdot \sigma_z^h) + g_h^{\parallel} \mu (\sigma_z^h \cdot B_z) + g_e^{\parallel} \mu (\sigma_z^e \cdot B_z) + g_e^{\perp} (\sigma_+ \cdot B_+ + \sigma_- \cdot B_-) \quad (5.25)$$

Здесь $\sigma_{\pm} = \sigma_x \pm i\sigma_y$ - матрицы Паули, $B_{\pm} = B_x \pm iB_y$, Δ_1 - константа обменного взаимодействия, ось z совпадает с гексагональной осью кристалла C_6 . Для основного состояния экситона серии A получим в геометрии $H \parallel C_6$:

$ 1/2, -3/2\rangle$	$ -1/2, 3/2\rangle$	$ 1/2, 3/2\rangle$	$ -1/2, -3/2\rangle$	(5.26)
$E_0 + \Delta_1$	$i\tilde{H}$			
$-i\tilde{H}$	$E_0 + \Delta_1$			
		$E_0 - \Delta_1$	$-i\tilde{H}$	
		$i\tilde{H}$	$E_0 - \Delta_1$	

здесь $\tilde{H} = \frac{1}{2} \mu (g_e^{\parallel} - g_h^{\parallel}) H_z$ и $\tilde{H} = \frac{1}{2} \mu (g_e^{\parallel} + g_h^{\parallel}) H_z$.

В геометрии $H \perp C_6$

$ 1/2, -3/2\rangle$	$ -1/2, 3/2\rangle$	$ 1/2, 3/2\rangle$	$ -1/2, -3/2\rangle$
$E_0 + \Delta_1$			\tilde{H}_-
	$E_0 + \Delta_1$	\tilde{H}_+	
	\tilde{H}_-	$E_0 - \Delta_1$	
\tilde{H}_+			$E_0 - \Delta_1$

(5.27)

здесь $\tilde{H}_\pm = \frac{1}{2} \mu g_e (H_x \pm iH_y)$.

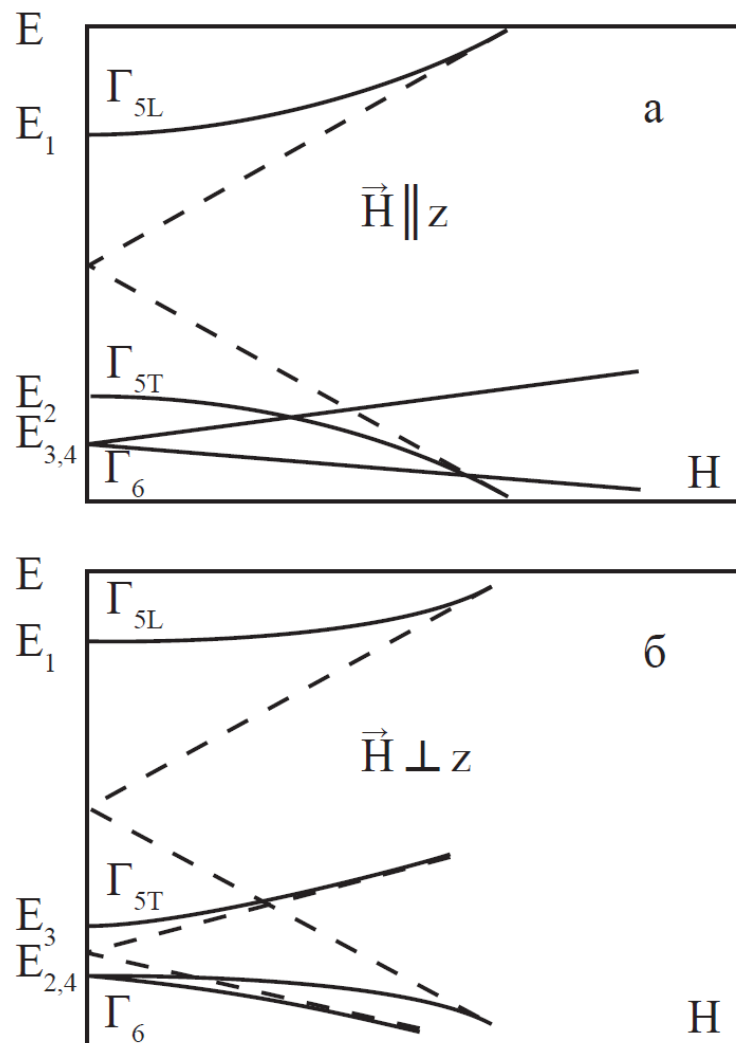


Рис 5.5а,б. Схема зеемановского расщепления экситона в кристалле со структурой вюрцита с симметрией C_{6v} . а) Магнитное поле направлен вдоль гексагональной оси, б) магнитное поле перпендикулярно гексагональной оси.

В геометрии $H \parallel C_6$ состояния оптически активного и запрещенного экситона расщепляются независимо друг от друга. В этой геометрии можно наблюдать эффект Фарадея при распространении света вдоль оптической оси кристалла.

В геометрии $H \perp C_6$ магнитное поле смешивает состояния оптически активного и запрещенного экситонов, расщепленных обменным взаимодействием. Таким образом, в этой геометрии имеет место эффект Фогта.

в). Квантовая яма на основе кубического полупроводника выращенная в направлении (100) и имеющая симметрию D_{2d} :

Пусть ось ямы направлена по оси z . В квантовой яме состояния легких и тяжелых дырок расщепляются вследствие размерного квантования. Для тяжелого экситона в геометрии $H \parallel z$ получим:

$ 1/2, -3/2\rangle$	$ -1/2, 3/2\rangle$	$ 1/2, 3/2\rangle$	$ -1/2, -3/2\rangle$
$E_0 + \Delta_1$	$i\tilde{H}$		
$-i\tilde{H}$	$E_0 + \Delta_1$		
		$E_0 - \Delta_1$	$-i\tilde{H}$
		$i\tilde{H}$	$E_0 - \Delta_1$

(5.28)

В квантовой яме, аналогично случаю гексагонального кристалла, состояния оптически активного экситона с моментом 1 и дипольно-запрещенного экситона, с моментом 2 расщепляются независимо друг от друга.

Используя матрицы гамильтониана (5.24), (5.26), (5.27) или (5.28) можно с помощью (2.25) построить тензор восприимчивости и /или тензор диэлектрической проницаемости и найти вклад зеемановского расщепления экситона в эффекты Фарадея и Фогта.

5.4. Магнитооптический эффект Керра

При отражении линейно поляризованного света от кристалла во внешнем магнитном поле отраженный свет приобретает, вообще говоря, эллиптическую поляризацию, и это явление называют *магнитооптическим эффектом Керра*. Рассмотрим нормальное падение линейно поляризованного света на поверхность изотропного тела. Амплитуда отраженной волны \mathbf{E}_r в этом случае связана с амплитудой падающей волны \mathbf{E}_0 формулами Френеля:

$$\mathbf{E}_r = \frac{1-n}{1+n} \mathbf{E}_0 . \quad (5.29)$$

Линейно поляризованный свет можно представить, как сумму двух циркулярно поляризованных компонент. Если падающая волна поляризована вдоль оси x , то

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_0^+ + \mathbf{E}_0^- , \quad (5.30)$$

или

$$E_{0x}^+ = iE_{0y}^+ = (1/2)E_0 ,$$

$$E_{0x}^- = -iE_{0y}^- = (1/2)E_0. \quad (5.31)$$

Из уравнения (5.14) следует:

$$E_{rx} = \frac{E_0}{2} \left[\frac{1-n_+}{1+n_+} + \frac{1-n_-}{1+n_-} \right] \approx E_0 \frac{1-n_0}{1+n_0}, \quad (5.32)$$

$$E_{ry} = \frac{iE_0}{2} \left[\frac{1-n_-}{1+n_-} - \frac{1-n_+}{1+n_+} \right] \approx iE_0 \frac{g}{n_0(1+n_0)^2}.$$

Получаем, что отраженная волна оказывается эллиптически поляризованной, большая ось эллипса направлена по оси x , а отношение малой оси к большой равно:

$$\frac{g}{n_0(1+n_0)^2}.$$

Пример 1: Эффект Фарадея в квантовой яме (100) на основе кубических полупроводников

В квантовой яме симметрии D_{2d} добавка в тензор диэлектрической проницаемости от магнитного поля, направленного вдоль оси z в геометрии Фарадея ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$), имеет вид:

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp}(\omega, H) & iA^{(1)}H_z & 0 \\ -iA^{(1)}H_z & \varepsilon_{\perp}(\omega, H) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z(\omega) \end{pmatrix}. \quad (5.33)$$

Для определения компонентов тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\perp}(\omega)$, $\varepsilon_z(\omega)$, $iA^{(1)}H_z$ необходимо выбрать конкретную модель среды. Рассмотрим экситонный резонанс в квантовой яме. Пусть магнитное поле H_z направлено по оси $z \parallel (001)$ перпендикулярно плоскости квантовой ямы. Пренебрегаем квадратичной пространственной дисперсией. Если волны распространяющиеся перпендикулярно плоскости квантовой ямы, их продольные компоненты не играют никакой роли, и мы рассматриваем только поперечные компоненты поля и поляризации. Тензор восприимчивости (2.26) в этом случае запишется как

$$\chi_{ij}(\omega) = \frac{d^2}{(\omega_0 - \omega - i\Gamma)^2 - (\mu_0 g H_z)^2} \begin{bmatrix} \omega_0 - \omega - i\Gamma & -i\mu_0 g H_z \\ i\mu_0 g H_z & \omega_0 - \omega - i\Gamma \end{bmatrix}. \quad (5.34)$$

Здесь Γ - экситонное затухание, g - эффективный g -фактор экситона, d - дипольный момент экситонного перехода, μ_0 - магнетон Бора.

Отсюда видно, что вблизи резонанса, когда $\omega \approx \omega_0$ восприимчивость сильно возрастает и эффект Фарадея максимален на частотах вблизи резонансной частоты экситона $\omega = \omega_0$. Нормальные волны представляют собой две волны, поляризованные по правому и левому кругу. Компоненты $A^{(1)}(\omega)$ тензора $\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{H})$ в (5.33) в данном случае имеют вид:

$$A^{(1)}(\omega) = \frac{\mu g d^2}{(\omega_0 - \omega - i\Gamma)^2 - (\mu_0 g H_z)^2}.$$

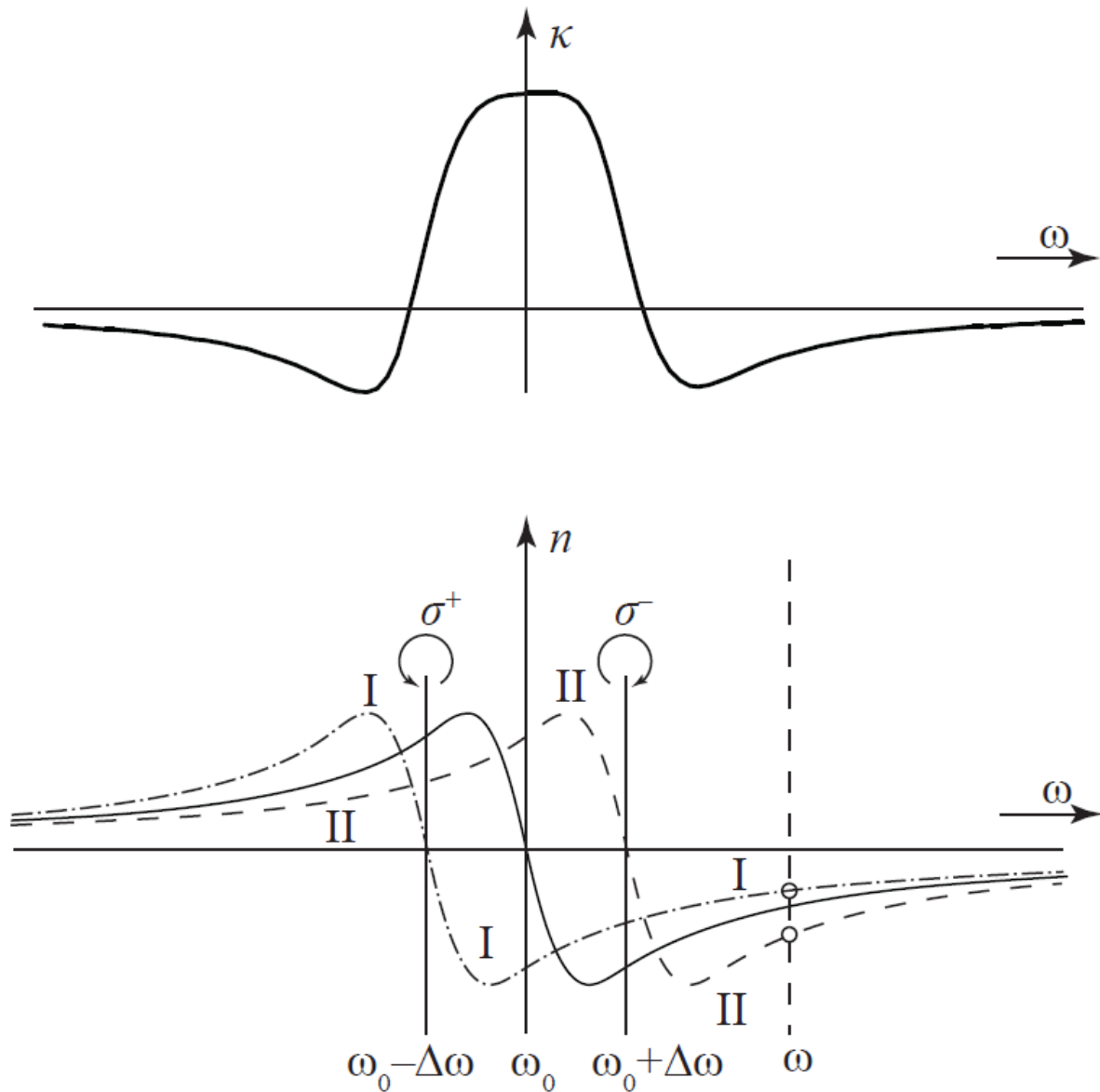


Рис 5.6. Связь зеемановского расщепления и фарадеевского вращения вблизи экситонного резонанса. а) зависимость постоянной Верде κ от частоты; б) зеемановское расщепление.

Пример 2а: Эффект Фарадея в гексагональном кристалле $\mathbf{k} \perp C_6$

В этом случае эффект Фарадея осложнен эффектом двулучепреломления. Пусть ось шестого порядка направлена вдоль оси z , магнитное поле направлено перпендикулярно оси z например вдоль оси y . Рассматривается геометрия Фарадея $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$. Линейный по полю вклад в тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp}(\omega) & 0 & iA^{(1)}H_y \\ 0 & \varepsilon_{\perp}(\omega) & 0 \\ -iA^{(1)}H_y & 0 & \varepsilon_{\parallel}(\omega) \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

Магнитное поле смешивает состояния с поляризацией вдоль оси z и вдоль оси x , т.е. состояния соответствующие с обыкновенному и необыкновенному лучам (3.7). В гексагональном кристалле резонансные частоты экситонов (ω_0^z) и (ω_0^x), поляризованных вдоль и поперек гексагональной оси отличаются друг от друга. Отсюда

$$\chi_{ij}(\omega) = \frac{d_x d_z}{(\omega_0^x - \omega - i\Gamma^x)(\omega_0^z - \omega - i\Gamma^z) - (\mu g H)^2} \begin{bmatrix} \omega_0^z - \omega - i\Gamma^z & -i\mu g H \\ i\mu g H & \omega_0^x - \omega - i\Gamma^x \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Это дает степень эллиптичности $\frac{D_y}{D_x} = i\rho \approx \frac{\mu g H}{|\omega_0^x - \omega_0^z|}$, откуда следует, что двулучепреломление подавляет эффект Фарадея.

Пример 2б: Эффект Фогта в гексагональном кристалле $\mathbf{H} \parallel z$, $\mathbf{k} \perp C$, $\mathbf{k} \parallel y$

В этой геометрии магнитное поле смешивает состояния продольного и поперечного экситонов. Линейный по полю вклад в тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} \varepsilon(\omega) & i\mu g_{ex} H_z & 0 \\ -i\mu g_{ex} H_z & \varepsilon(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel}(\omega) \end{pmatrix}. \quad (5.37)$$

Магнитное поле не влияет на компоненту поляризации вдоль поля, но смешивает продольную E_y и поперечную E_x компоненты поляризации. Таким образом магнитное поле вообще не влияет на поляризацию света при распространении света точно вдоль оси y . Эллиптичность может наблюдаться только при распространении света под углом к гексагональной оси.

6. Эффекты квадратичной пространственной дисперсии

Слагаемое $B_{ijkl}^{(2)}(\omega)k_k k_l$ в (2.3) описывает эффекты квадратичной пространственной дисперсии. Очевидно, что тензор $B_{ijkl}^{(2)}(\omega)$ должен быть симметричен по первой и второй паре индексов, но не обязан быть симметричным по обеим одновременно: $B_{ijkl}^{(2)} = B_{jikl}^{(2)} = B_{ijlk}^{(2)}$. В изотропной среде тензор сводится к единичному тензору $B^{(2)}k^2$. В кубическом кристалле он выглядит следующим образом:

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} B_1^{(2)}k_x^2 & B_2^{(2)}k_x k_y & B_2^{(2)}k_z k_x \\ B_2^{(2)}k_x k_y & B_1^{(2)}k_y^2 & B_2^{(2)}k_z k_y \\ B_2^{(2)}k_z k_x & B_2^{(2)}k_z k_y & B_1^{(2)}k_z^2 \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

Без учета этих слагаемых оптические свойства кубического кристалла эквивалентны свойствам изотропной среды (Глава 3). В кубическом кристалле тензор $\varepsilon_{ij}^0(\omega)$ диагонален и все его диагональные компоненты одинаковы. Учет $B_{ijkl}^{(2)}(\omega)k_k k_l$ приводит к тому, что оптические свойства кубического кристалла приобретают кубическую анизотропию [17].

При распространении света вдоль осей [001], [010] или [100] тензор $\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ имеет диагональный вид с коэффициентами $B_1^{(2)}k_x^2$, $B_1^{(2)}k_y^2$ и $B_1^{(2)}k_z^2$ соответственно.

При распространении света вдоль оси [111] $k_x = k_y = k_z \equiv k$, тензор имеет вид

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} B_1^{(2)}k^2 & B_2^{(2)}k^2 & B_2^{(2)}k^2 \\ B_2^{(2)}k^2 & B_1^{(2)}k^2 & B_2^{(2)}k^2 \\ B_2^{(2)}k^2 & B_2^{(2)}k^2 & B_1^{(2)}k^2 \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

Квадратичная пространственная дисперсия ярко проявляется в дисперсии экситона. Экситон может свободно перемещаться по кристаллу, кинетическая энергия экситона, обратно пропорциональна его массе $E_{kin} = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$, здесь M - масса экситона как целого, k - волновой вектор экситона.

В наноструктурах движения экситона квантуется, поэтому зависимость $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{H})$ от непрерывного волнового вектора k пропадает. Вместо этого появляется зависимость от дискретных уровней энергии $E_n \approx \hbar^2 \pi^2 n^2 / 2ML^2$, где $n = 1, 2, 3, \dots$. В этом случае в формуле (6.2) следует заменить значения k^2 на $2ME_N / \hbar^2$.

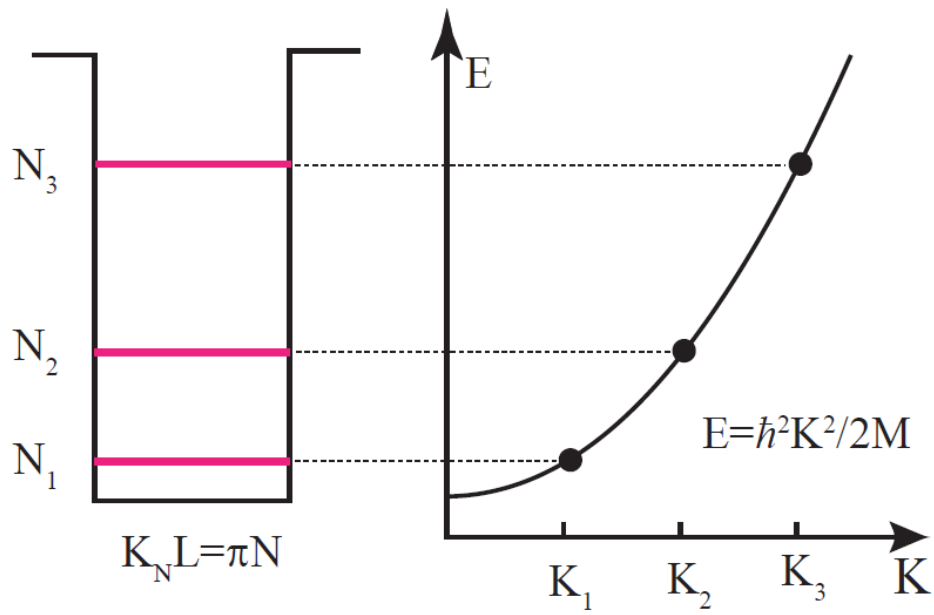


Рис 6.1. Дисперсия экситона в квантовой яме. Вместо непрерывной зависимости энергии от волнового вектора $E = \hbar^2 K^2 / 2M$ имеем дискретные уровни $E_N = \hbar^2 \pi^2 N^2 / 2ML$, где L - ширина квантовой ямы.

7. Билинейные по магнитному полю и волновому вектору слагаемые

Особенно много новых явлений связано с билинейными по магнитному полю и волновому вектору слагаемыми $C_{ijkl}^{(2)}(\omega)H_k^{(0)}k_l$ (2.3), (2.4). Как следует из симметрии по отношению к обращению времени (2.1) тензор $C_{ijkl}^{(2)}(\omega)$ симметричен по первым двум индексам. Это слагаемое появляется только в кристаллах, в которых отсутствует центр инверсии. Именно это слагаемое ответственно за «*эффект инверсии магнитного поля*» [18] и «*эффект магнитоиндуцированной пространственной дисперсии оптических осей кристалла*» [19, 20]. В квантовой яме эти слагаемые являются ответственным за недавно обнаруженный «*эффект четности*» [21].

Рассмотрим подробно билинейное по магнитному полю и волновому вектору слагаемое в разложении тензора диэлектрической проницаемости (2.3). Запишем тензор $C_{ijkl}^{(2)}$ в виде $C_{ijkl}^{(2)} = C_{ijkl}^{(S)} + C_{ijkl}^{(A)}$ где $C_{ijkl}^{(S)}$ симметричен по индексам k, l ($C_{ijkl}^{(S)} = C_{ijlk}^{(S)}$), $C_{ijkl}^{(A)}$ асимметричен по индексам k, l ($C_{ijkl}^{(A)} = -C_{ijlk}^{(A)}$). Асимметричный тензор $C_{ijkl}^{(A)}$ можно записать как $C_{ijkl}^{(A)} = C_{mij}e_{klm}$, где e_{klm} антисимметричный тензор Леви-Чивита. Тогда:

$$C_{ijkl}^{(2)}H_k^{(0)}k_l = C_{ijm}[H \times k]_m + C_{ijkl}^{(S)}H_k^{(0)}k_l. \quad (7.1)$$

Объемный кристалл типа вюрцита с симметрией C_{6v} [16, 22].

Отличны от нуля следующие компоненты тензоров C и $C^{(S)}$:

$$\begin{aligned} C_{zzz}; C_{yyz} = C_{zyy} = C_{xxz} = C_{zxx}; C_{zxx} = C_{zyy} \\ C_{xxy} = C_{xyx} = -C_{yyx} = -C_{xyx}; C_{yzx} = -C_{xzy}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Антисимметричная добавка имеет вид

$$\delta\epsilon_{ij}^{(A)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} C_{\perp}[H \times k]_z & 0 & C[H \times k]_x \\ 0 & C_{\perp}[H \times k]_z & C[H \times k]_y \\ C[H \times k]_x & C[H \times k]_y & C_{\perp}[H \times k]_z \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

Симметричная добавка в тензоре имеет вид

$$\delta\epsilon_{ij}^{(S)}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} C_1(H_x k_y + H_y k_x) & C_1(H_y k_y - H_x k_x) & -C_2(H_y k_z + H_z k_y) \\ C_1(H_y k_y - H_x k_x) & -C_1(H_x k_y + H_y k_x) & C_2(H_x k_z + H_z k_x) \\ -C_2(H_y k_z + H_z k_y) & C_2(H_x k_z + H_z k_x) & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.4)$$

Замечание: Диагональные компоненты тензоров (7.3) и (7.4) описывают эффект инверсии магнитного поля. Все остальные, недиагональные компоненты, описывают изменение свойств поляризации в магнитном поле, т.е. эффекты магнитоиндуцированной пространственной дисперсии оптических осей кристалла.

Объемный кристалл симметрией цинковой обманки T_d .

Билинейные по волновому вектору и магнитному полю слагаемые [20, 22] имеют вид