$$C^{(2)}_{ijkl}H^{(0)}_k k_l = C_{ijm}\left[\mathbf{H}\times\mathbf{k}\right]_m + C^{(S)}_{ijkl}H^{(0)}_k k_l\delta_{ij}\delta_{kl} \qquad (7.5)$$

Отличны от нуля следующие компоненты тензоров $\mathbf{C}$ и $\mathbf{C}^{(S)}$:

$$C_{ijm} = C_1$$
$$C^{(S)}_{xyyy} = C^{(S)}_{yyzz} = C^{(S)}_{zzxx} - C^{(S)}_{yyxx} = -C^{(S)}_{zzyyy} = -C^{(S)}_{xxzz} = C_2 \ . \qquad (7.6)$$

Таким образом, билинейные по волновому вектору и магнитному полю члены в тензоре диэлектрической проницаемости в кубических кристаллах выглядят как:

$$C^{(2)}_{ijkl}H_k k_l = \begin{bmatrix} C_2(H_y k_y - H_z k_z) & C_1(H_y k_x - H_x k_y) & C_1(H_x k_z - H_z k_x) \\ C_1(H_y k_x - H_x k_y) & C_2(H_z k_z - H_x k_x) & C_1(H_z k_y - H_y k_z) \\ C_1(H_x k_z - H_z k_x) & C_1(H_z k_y - H_y k_z) & C_2(H_x k_x - H_y k_y) \end{bmatrix}, \qquad (7.7)$$

Здесь $x \,||\, [100]$, $y \,||\, [010]$, $z \,||\, [001]$.

Замечание: Диагональные компоненты тензора $C^{(2)}_{ijkl}(\omega)$ описывают эффект четности. Недиагональные компоненты описывают эффект магнито-индуцированного двулучепреломления и эффект инверсии магнитного поля. Рассмотрим эти эффекты подробнее.

7.1. *Эффект инверсии магнитного поля*

Экспериментально установлено, что интенсивность и положение линий в спектрах пропускания и отражения света могут зависеть от знака магнитного поля или волнового вектора, при этом одновременная смена знака магнитного поля и волнового вектора не приводила к изменению спектра [**18, 23**].

Для объяснения этого явления рассмотрим поглощаемую мощность в единицу времени в единице объема [**22**]:

$$W = \frac{\omega}{8\pi}\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_{ij}\left(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}\right)E_i E_j^* \ . \qquad (7.8)$$

В кристаллах, не имеющих центра инверсии (Глава 1) выполняются соотношения

$$\varepsilon_{ij}\left(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}\right) \neq \varepsilon_{ij}\left(\omega,\mathbf{k},-\mathbf{H}\right) \qquad (7.9)$$
$$\varepsilon_{ij}\left(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}\right) \neq \varepsilon_{ij}\left(\omega,-\mathbf{k},\mathbf{H}\right) \ ,$$

однако

$$\varepsilon_{ij}\left(\omega,\mathbf{k},\mathbf{H}\right) = \varepsilon_{ij}\left(\omega,-\mathbf{k},-\mathbf{H}\right) \ . \qquad (7.10)$$

Следовательно, спектр поглощения зависит от взаимной ориентации волнового вектора света и магнитного поля. Это означает, что эффект пропорционален произведению волнового вектора света и магнитного поля. Эффект инверсии магнитного поля впервые наблюдался в работах [**24, 18**], микроскопические причины этого явления связаны со спин-орбитальным взаимодействием.

Эффект инверсии магнитного поля можно наблюдать не только в объемных кристаллах, но и в квантовых ямах.

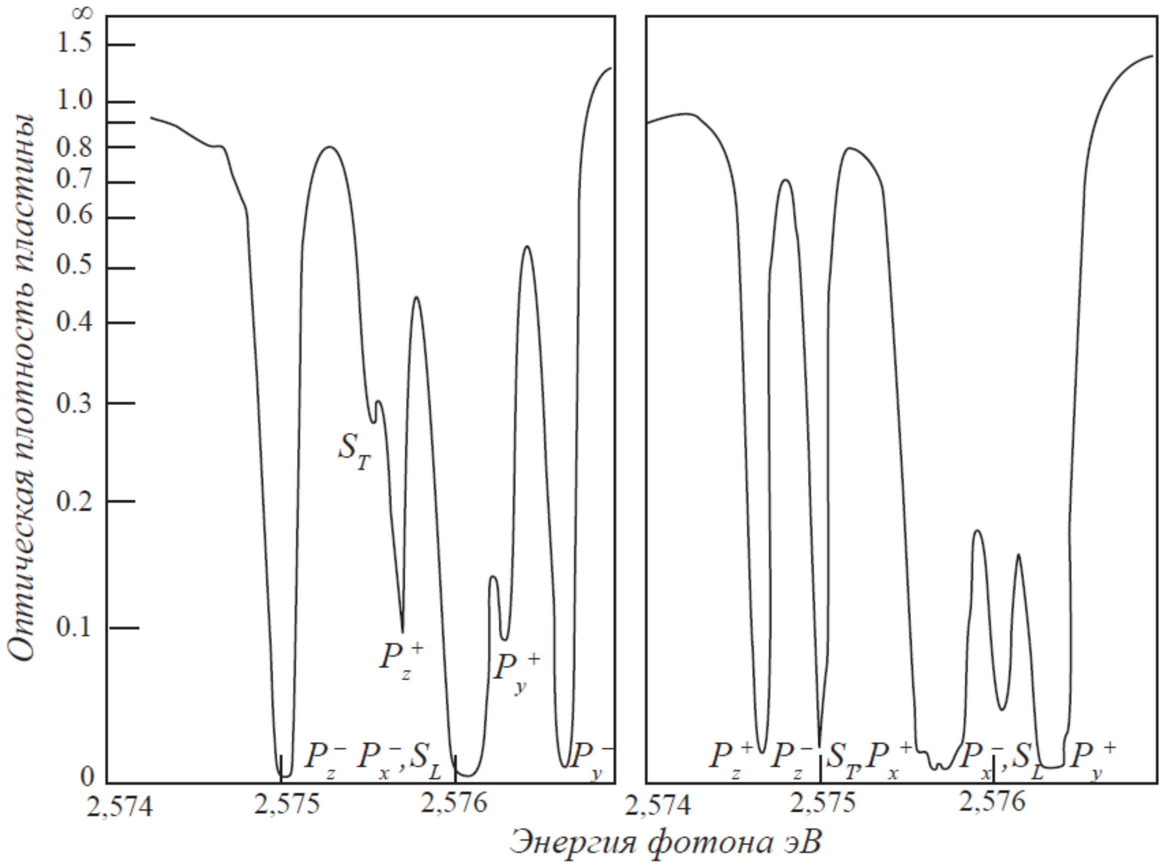

Рис 7.1. Эффект инверсии магнитного поля. Спектры пропускания кристалла CdS (из статьи D.G.Thomas, J.J. Hopfield Phys. Rev. Lett. V.5, 505 (1960)) снятые в геометрии Фогта $\mathbf{K} \perp \mathbf{H}$ для двух противоположных направлений магнитного поля а) H^+, б) H^-.

7.2. *Эффект невзаимного магнито-индуцированного двулучепреломления в гексагональных кристаллах*

Иногда этот эффект называют эффектом магнито-индуцированной пространственной дисперсии оптических осей кристалла (зависимость направления оптической оси кристалла от волнового вектора и магнитного поля), он впервые наблюдался в кристаллах CdS и CdSe [**19, 25**] и затем в кристаллах GaAs [**20**].

В кристаллах со структурой вюрцита (CdS, CdSe) в геометрии $\mathbf{k} \perp C_6$ а $\mathbf{H} \| C_6$ в области изотропной точки (где показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей совпадают), наблюдался эффект индуцированного магнитным полем двулучепреломления. При этом величина и направление угла поворота оптической оси относительно направления магнитного поля зависит от величины и знака магнитного поля и волнового вектора.

Исследовались спектры пропускания $T = |t|^2$ в геометрии $\mathbf{H} \| C_6$ $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$ (C_6 гексагональная ось кристалла). Падающий свет был линейно поляризован вдоль или перпендикулярно оси C_6: $\mathbf{P} \| C_6$ или $\mathbf{P} \perp C_6$. Измерялись интенсивность прошедшего света в линейной поляризации, перпендикулярной поляризации падающего света $\mathbf{P} \perp C_6$ или $\mathbf{P} \| C_6$: $I_{\|}$

, $I_{\perp}$, в циркулярной поляризации: I_{σ^+}, I_{σ^-} и линейной поляризации в осях повернутых на 45 градусов относительно поляризации падающего света: I_{+45}, I_{-45}.

В ортогональных поляризациях падающего и прошедшего света в отсутствии магнитного поля сигнал пропускания отсутствовал. При приложении магнитного поля $\mathbf{H} \| C_6$ наблюдалось появление пропускания (**Рисунок 7.2**).

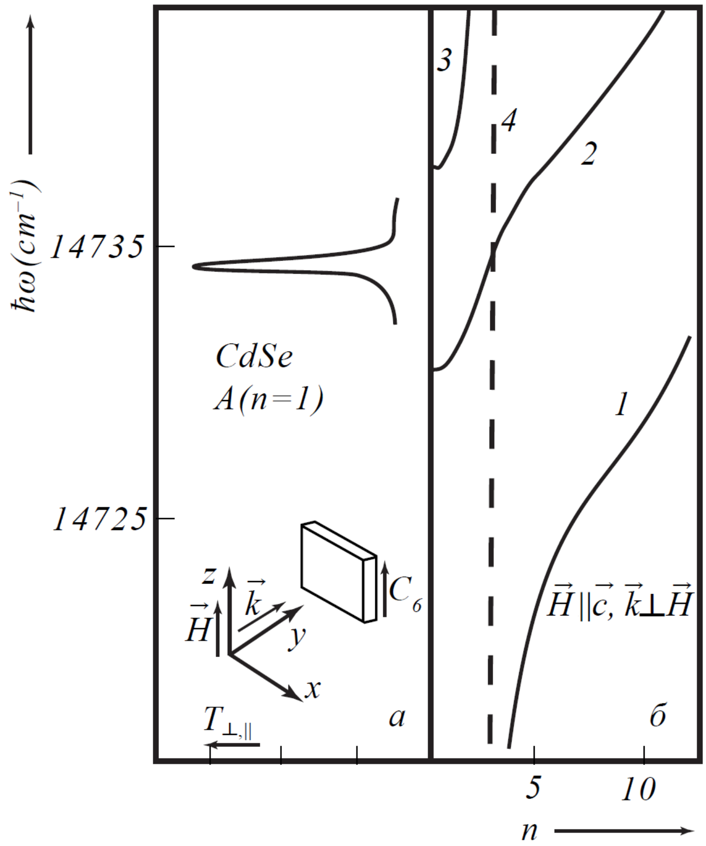

Рис 7.2. а) Спектр пропускания $T_{\perp,\|}$ кристалла CdSe в скрещенных поляризаторах $\mathbf{P} \| C_6$ $\mathbf{A} \perp C_6$ в магнитном поле $H = 6T$ направленном вдоль оси C_6. На вставке геометрия эксперимента. б) Дисперсионные кривые магнитополяритонов в окрестности экситонного резонанса A(n=1) в кристалле CdSe. Сплошная кривая – дисперсия обыкновенной волны с поляризацией $\mathbf{E} \perp C_6$; Пунктир – дисперсия необыкновенной волны с поляризацией $\mathbf{E} \| C_6$

1). Спектр пропускания в ортогональных поляризациях падающего и прошедшего света представлен на **рисунке 7.2**. Сигнал пропускания имеет резонансный характер в области пересечения дисперсий обыкновенной и необыкновенной волн ω_{is} (*изотропная точка*). Величина сигнала в максимуме составляла $S = T_{\perp,\|} / T_{\|,\|} \approx 0.05$. (**Рисунок 7.3а**).

2). Когда падающий свет был линейно поляризован, прошедший через образец свет был поляризован эллиптически. Главная ось эллипса поляризации повернута относительно плоскости поляризации падающего света. Степень циркулярной поляризации $P_{cir} = \dfrac{I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}}{I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-}}$ имеет максимум в изотропной точке, величина P_{cir} при $H = 6T$ составляет ≈ 0.4 (**Рисунок 7.3б**).

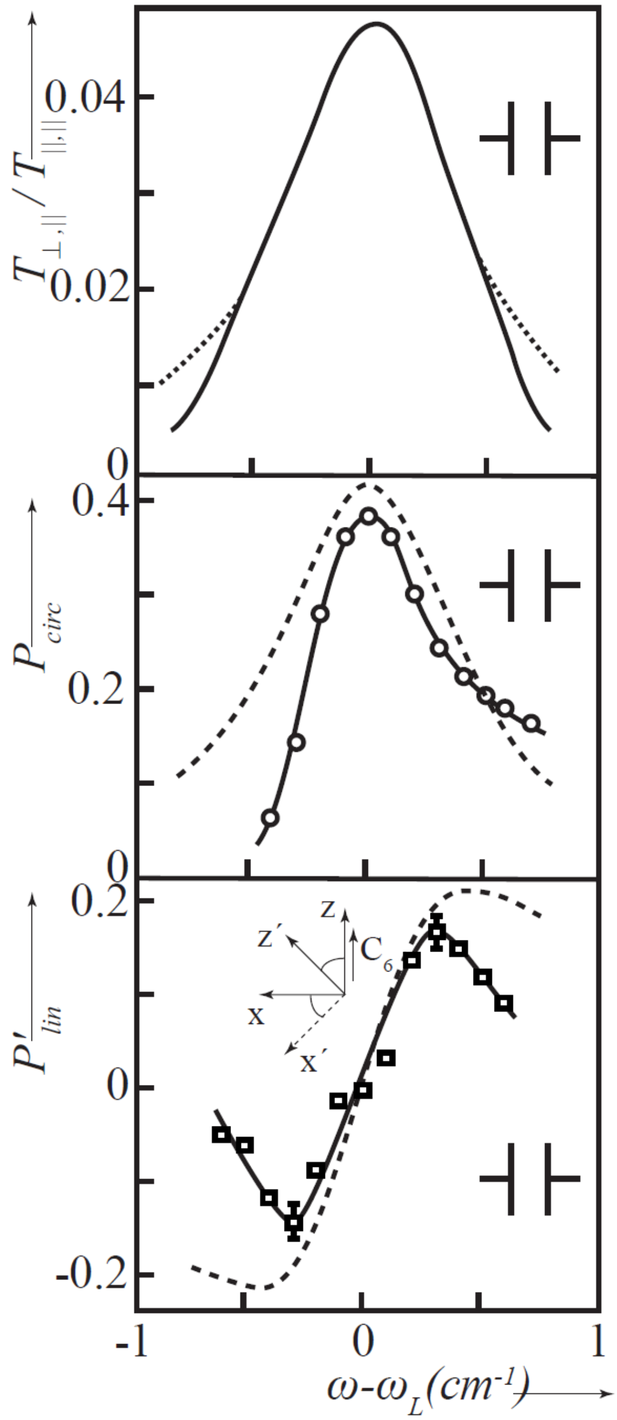

Рис 7.3. а) Отношение сигналов пропускания $T_{\perp,\|}/T_{\|,\|}$ в скрещенных поляризаторах ($T_{\perp,\|}$) и в параллельных поляризаторах ($T_{\|,\|}$) в окрестности изотропной точки (пересечение дисперсий обыкновенного и необыкновенного лучей) в магнитном поле $H = 6T$; б) Степень циркулярной поляризации P_{cir} прошедшего через образец света; в) Степень линейной поляризации P'_{lin} в осях z', x' повернутых относительно осей z, x на 45 градусов (см. вставку).

$$P_{cir} = \frac{I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}}{I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-}}\ ,\quad P'_{lin} = \frac{I_{z'} - I_{x'}}{I_{z'} + I_{x'}}$$

3). Величина пропускания в ортогональных линейных поляризациях пропорциональна квадрату магнитного поля H^2.
4). Смена знака магнитного поля на обратный приводит к смене знака циркулярной поляризации P_{cir} и не влияет на $T_{\perp,\parallel}$ и $T_{\parallel,\perp}$ (**Рисунок 7.3в**).

Эти данные указывают на то, что магнитное поле $\mathbf{H} \parallel C_6$ приводит к повороту оптической оси кристалла на угол

$$\varphi = \frac{1}{2} arctg\left(P'_{lin} / P_{lin} \right) , \qquad (7.11)$$

где $P_{lin} = \dfrac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$ - степень линейной поляризации света в осях x, z параллельных и перпендикулярных гексагональной оси C_6, $P'_{lin} = \dfrac{I_{+45} - I_{-45}}{I_{+45} + I_{-45}}$ степень линейной поляризации света в осях повернутых на $\pm 45^{\circ}$ относительно осей x, z.

Рассмотрим вклад в тензор диэлектрической проницаемости слагаемых билинейных по магнитному полю и волновому вектору. Как следует из Глав 3, 4 и 5, (4.16) и (5.35) тензор диэлектрической проницаемости с учетом линейных по волновому вектору и магнитному полю слагаемых в гексагональном кристалле в геометрии $\mathbf{H} \parallel z \parallel C_6$ и $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}$, $\mathbf{k} \parallel y$ имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp}(\omega) & i\theta H_z & AH_z k_y \\ -i\theta H_z & \varepsilon_{\perp}(\omega) & i\gamma k_y \\ AH_z k_y & -i\gamma k_y & \varepsilon_{\parallel}(\omega) \end{pmatrix} . \qquad (7.12)$$

Так как изучаются спектры пропускания при нормальном падении света, удобно перейти к поперечному тензору диэлектрической проницаемости (1.26):

$$\varepsilon_{\perp,xz} = \varepsilon_{\perp,zx} = A^{\perp} H_z^{(0)} k_y \qquad A^{\perp} = A + \frac{\theta\gamma}{\varepsilon_{xx}} , \qquad (7.13)$$

$$\varepsilon_{\perp,xx} = \varepsilon_{xx} - \frac{\left(\theta H_z^{(0)}\right)^2}{\varepsilon_{xx}} \qquad \varepsilon_{\perp,zz} = \varepsilon_{zz} - \frac{\left(\gamma k_y\right)^2}{\varepsilon_{xx}} .$$

Вклад в поперечный тензор $\varepsilon_{\perp,ij}$ вносят не только слагаемые пропорциональные произведению k и $H^{(0)}$ в разложении (2.3), но и линейные по полю и волновому вектору слагаемые описывающие эффект оптической активности и эффект Фарадея. Однако в исследуемой геометрии эксперимента сами по себе эти эффекты не проявляются. Когда $A^{\perp} \neq 0$, направления главных осей тензоров $\mathrm{Re}\,\varepsilon_{\perp,ij}$ и $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{\perp,ij}$ зависят от величины волнового вектора. Следовательно, это явление естественно назвать как «*Магнито-индуцированная пространственная дисперсия оптических осей*».

Если $\mathrm{Im}\,\varepsilon_{\perp,ii} << \mathrm{Re}\,\varepsilon_{\perp,ii}$ то пользуясь (1.20) можно, используя теорию возмущений, получить:

$$n_{\perp}^{2} \approx \varepsilon_{\perp,xx} + \frac{\varepsilon_{\perp,xz}^{2}}{\varepsilon_{\perp,xx} - \varepsilon_{\perp,zz}} , \qquad (7.14)$$

$$n_{\parallel}^{2} \approx \varepsilon_{\perp,zz} - \frac{\varepsilon_{\perp,xz}^{2}}{\varepsilon_{\perp,xx} - \varepsilon_{\perp,zz}} .$$

Отсюда видно, что при $A^{\perp} \neq 0$ имеет место двулучепреломление (Глава 3). Главной микроскопической причиной этого явления является смешивание в магнитном поле состояний экситона серии *A*, поляризованного перпендикулярно оптической оси кристалла, и экситона серии *B*, поляризованного вдоль оптической оси. Это смешивание определяется линейным по волновому вектору вкладом в дисперсию экситонов *A*, *B*.

7.3. *Эффект невзаимного магнито-индуцированного двулучепреломления в кубических кристаллах с симметрией* T_d.

В кубических кристаллах (GaAs) в геометрии $\mathbf{k} \parallel [110]$, $\mathbf{H} \parallel [1-10]$ также наблюдался эффект двулучепреломления индуцированного магнитным полем. Эксперимент проводился в скрещенных анализаторе $\mathbf{A} \parallel [1-10]$ и поляризаторе $\mathbf{P} \parallel [001]$.

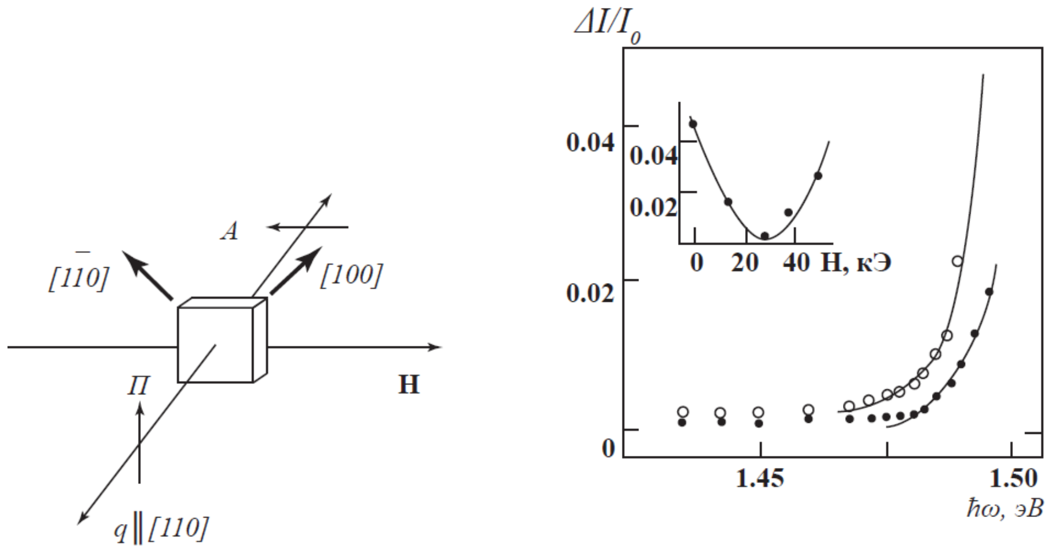

Рис 7.4. а) Схема эксперимента. Падающий луч направлен вдоль оси $[110]$ кристалла. Магнитное поле направлено вдоль оси $[1-10]$. Падающий луч поляризован вдоль оси $[001]$ детектировалась поляризация вдоль $[1-10]$. б) Относительная интенсивность света прошедшего через скрещенные поляризаторы $\frac{\Delta I(H)}{I_0}$, I_0 интенсивность падающего света. Пустые кружки – нулевое магнитное поле. Сплошные кружки – поле $H = 13T$. На вставке зависимость $\frac{\Delta I(H)}{I_0}$ от магнитного поля.

В нулевом магнитном поле в скрещенных поляризаторах наблюдалось двойное лучепреломление, обусловленное квадратичным по волновому вектору вкладом в тензор диэлектрической проницаемости (6.1). В магнитном поле величина двупреломления уменьшалась до нуля в поле 2.7 Т. При дальнейшем увеличении поля, двулучепреломление снова возрастало. Билинейный вклад в тензор диэлектрической проницаемости в этой геометрии выглядит как

$$\delta\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & C_1[\mathbf{k}\times\mathbf{H}]_z & 0 \\ C_1[\mathbf{k}\times\mathbf{H}]_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (7.15)$$

Здесь оси x, y, z выбраны вдоль направлений $[100],[010],[001]$. Из самой формы тензора ε_{ij} видно, что в магнитном поле имеет место двойное лучепреломление вызванное пространственной дисперсией, с показателями преломления

$$n_{\pm}^2 = \varepsilon^{(0)}(\omega) \pm C_1[\mathbf{k}\times\mathbf{H}]_z \qquad (7.16)$$

Новые оптические оси кристалла в магнитном поле направлены вдоль кристаллографических осей $[110]$ и $[1-10]$. В результате этого, если падающий свет был поляризован вдоль $\mathbf{P}\,||\,[001]$, то прошедший свет оказывается поляризованным эллиптически.

Микроскопической причиной этого явления является смешивание состояний тяжелого и легкого экситонов, вызванное магнитным полем и линейным по волновому вектору вкладом в дисперсию дырок. На первый взгляд это выглядит как эффект Фарадея в геометрии Фогта. Однако, как показывает детальный анализ, проведенный выше, в отличие от эффекта Фарадея, (циркулярного магнитного двупреломления) здесь имеет место линейное магнитное двулучепреломление.

7.4. *Эффект четности в оптических спектрах экситонов в квантовых ямах*

В оптических спектрах структур с квантовыми ямами недавно был обнаружен новый магнитнооптический эффект - «*эффект четности*». Этот эффект заключается в перераспределении силы осциллятора экситгна от нечетных, к четным состояниям квантования центра масс и наоборот от четных к нечетным состояниям, в присутствии магнитного поля.

В широкой квантовой яме (КЯ) движение центра масс экситона квантуется в поперечном направлении (z). Состояния размерного квантования экситона определяется условием $k_z L = \pi n$, где L - ширина КЯ, k_z - волновой вектор, n - целое. Волновые функции этих квантованных состояний являются четными или нечетными по отношению к отражению в центре КЯ. В случае, если ширина КЯ удовлетворяет условию $k_z L = 2\pi n$, только четные состояния взаимодействуют со светом, если же $k_z L = \pi(2n+1)$, то только нечетные состояния являются оптически активными [**26**]. Это происходит из-за различного перекрытия волновых функций для разных уровней размерного квантования экситона и электромагнитного поля.

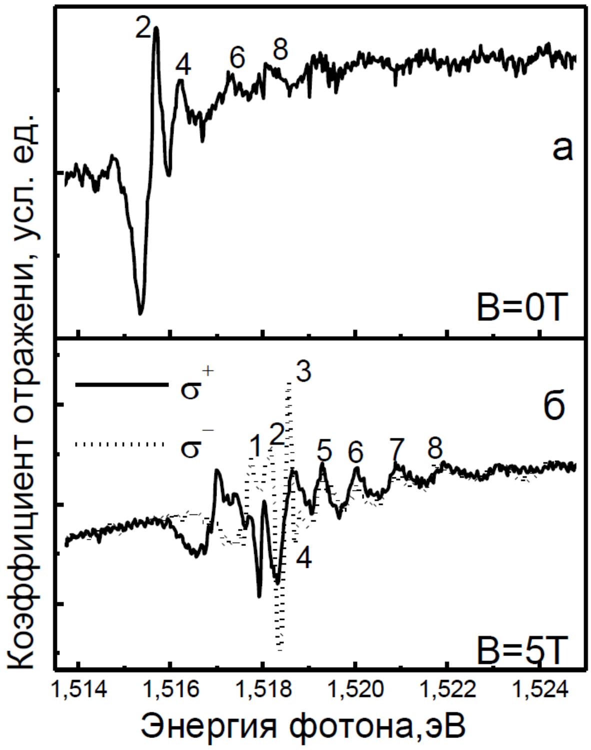

Рис 7.5. Спектры отражения КЯ GaAs/AlGaAs шириной 280 нм. Падающий свет линейно поляризован вдоль [100] и анализируется круговая поляризация отраженного света. Показаны номера экситонных состояний. а) в магнитном поле 0 Т, б). в магнитном поле 5 Т.

На рисунке 7.5а) в спектре отражения видны особенности, связанные с размерным квантованием движения экситонов как целого. В связи с тем, что толщина этой КЯ была такова, что выполняется условие $k_z L = 2\pi n$, в нулевом поле в спектре проявляются только четные состояния (**рис.7.5а**). В магнитном поле нечетные состояния квантования экситонов становятся наблюдаемыми в дополнение к четным состояниям (**рис.7.5б**). На рисунке 7.5б мы вычли зеемановское расщепление экситонных линий, чтобы подчеркнуть эффект четности.
В геометрии эксперимента $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel z$, ось z вдоль направления $[001]$:

$$C_{ijkl}^{(2)} H_k k_l = \begin{bmatrix} -C_2 H_z k_z & 0 & 0 \\ 0 & C_2 H_z k_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (7.17)$$

Очевидно, что эти слагаемые приводят к линейному двойному лучепреломлению, при этом главные оптические оси кристалла оказываются направленными вдоль кристаллографических осей [110] и [1-10]. Таким образом, если падающий свет поляризован вдоль оси [100], то отраженный свет и свет в спектре пропускания оказывается эллиптически поляризованным. Если же падающий свет поляризован вдоль [110] или [1-10], то он не меняет своей поляризации при отражении и пропускании. Именно это и наблюдается в эксперименте [**21**].

Для экситонных поляритонов условие квантования в терминах показателя преломления [**27**] запишется в виде

$$\frac{\omega}{c}\tilde{n}\,L = \pi n \ . \qquad (7.18)$$

Из (7.17) видно, что в присутствие магнитного поля появляются поправки к условию квантования поляритонов. В результате условия наблюдения только четных $k_z L = 2\pi n$ или только нечетных $k_z L = \pi(2n+1)$ уровней нарушается, и в спектре проявляются уровни с разной четностью.

Для экситона с тяжелой дыркой, воспользовавшись результатами Приложения 2, можно показать, что

$$C_2 = BH_z k_z \frac{d}{3\left|E_{LH}^0 - E_{HH}^0\right|} \ , \qquad (7.19)$$

где $E_{LH}^0 - E_{HH}^0$ - разность энергий тяжелого и легкого экситона, Величина B была рассчитана в статье [**20**].

$$B = \left(\frac{\gamma}{\gamma_1}\right)^2 \left(\frac{m_{hh}}{m_e + m_{hh}}\right)(\hbar\kappa_0)\left(\frac{\mu_0}{2Ry}\right)\sum_n \frac{\langle 1S|\,r/a_B\,|nP\rangle\langle nP|\nabla|1S\rangle}{1 - 1/n^2} \ , \qquad (7.20)$$

где κ_0 - коэффициент пропорциональный величине линейного по волновому вектору вклада в дисперсию экситона, μ_0 магнетон Бора, $\gamma_{0,1}$ - параметры Латтинжера, a_B боровский радиус экситона. Согласно данным [**20**] $B = 7.5 \cdot 10^{11}$ $эB \cdot см \cdot T^{-1}$.

Таким образом, в геометрии Фарадея можно, наблюдать линейное двойное лучепреломление.

8. *Поправки к эффекту Фарадея и Фогта, связанные с пространственной дисперсией*

Эти поправки были недавно детально исследованы для различных кристаллов и гетероструктур. Рассмотрим вклад в диэлектрический тензор пропорциональный квадрату волнового вектора экситона и первой и второй степеням магнитного поля $C^{(3)}_{ijklm}(\omega)k_k k_l H_m$ и $C^{(4)}_{ijklmn}(\omega)k_k k_l H_m H_n$. Общий вид этих тензоров для произвольного направления магнитного поля и волнового вектора довольно громоздкий. Из симметрии по отношению к инверсии времени (2.1) следует:

$$C^{(3)}_{ijklm} = -C^{(3)}_{jiklm} \text{ и } C^{(4)}_{ijklmn} = C^{(4)}_{jiklmn} .$$

Пользуясь замечанием сделанным во введении (В4), можно получить, что в тензоре диэлектрической проницаемости в геометрии Фарадея $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}$ слагаемое $\sim k^2 H$ выглядят следующим образом:

$$\delta\varepsilon_{ij}(\omega, k^2, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} 0 & -C^{(3)}k_z^2 H_z & C^{(3)}k_y^2 H_y \\ C^{(3)}k_z^2 H_z & 0 & -C^{(3)}k_x^2 H_x \\ -C^{(3)}k_y^2 H_y & C^{(3)}k_x^2 H_x & 0 \end{pmatrix} . \qquad (9.1)$$

При отсутствии поглощения параметр является $C^{(3)}$ чисто мнимым. Он был вычислен в статьях [**28**] для экситона в кубическом кристалле с вырожденной валентной зоной для геометрии $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel [100]$. Разумеется, величина $C^{(3)}$ зависит от геометрии эксперимента. В других геометриях соответствующие величины могут быть получены аналогичным образом.

Сравнивая (5.19) и (9.1) видно, что тензор $C^{(3)}_{ijklm}(\omega)$ дает поправки к эффектам Фарадея и Зеемана. Как было показано в [**28**] эти поправки для основного состояния экситона могут оказаться намного больше вклада от слагаемых $A^{(1)}_{ijl}(\omega)H_l$.

Вклад слагаемых $\sim k^2 H$ в зеемановское расщепление основного состояния экситона представлен на рисунке 8.1 для разных структур с широкими квантовыми ямами на основе кубических полупроводников. На рисунке хорошо видно, что поправка к g - фактору экситона может достигать g=6 для экситонов с большими волновыми векторами. В то же время, g - фактор покоящегося экситона с $k=0$ не превосходит -0.5 в GaAs и, более того, может иметь обратный знак.

Микроскопическая природа этих поправок для экситона связана с тем, что в полупроводниках с вырожденной валентной зоной невозможно отделить внутреннее движение в экситоне от движения его центра масс. В результате к основному S - состоянию тяжелого экситона, у которого орбитальный момент равен нулю, подмешиваются возбужденные P - состояния легкого экситона. Можно получить следующее выражение для величины зеемановского расщепления:

$$\Delta E = \mu_B g_{eff}(k) H_z , \qquad (9.2)$$

$$g_{eff}(k) = 12\left(\frac{\gamma^2}{m_0}\right)\left(\frac{m_{hh}}{m_e + m_{hh}}\right)^2 \left(\frac{\hbar^2 k^2}{Ry}\right) \sum_n \frac{\langle 1S | r/a_B | nP \rangle \langle 1S | a_B \nabla | nP \rangle}{1 - 1/n^2 + \Delta(k)/Ry} \qquad (9.3)$$

Здесь γ - параметр Латтинжера, m_{hh} - масса тяжелой дырки, a_B Боровский радиус экситона, Ry - экситонный Ридберг, k - волновой вектор экситона $\Delta(k)$ разность энергий легких и